

## تأثیر نرخ تورم بر هزینه‌های دوره وارانتی

عرفان طراوت<sup>۱</sup>، احسان مقیمی حاجی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران غرب، تهران، ایران  
<sup>۲</sup> عضو هیات علمی گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران غرب، تهران، ایران (نویسنده مسئول)

### چکیده

طی دهه‌های اخیر، وارانتی به یکی از ابزارهای مهم در زمینه‌های مختلف فروش و خدمات تبدیل شده است، به طوری که تولیدکنندگان با استفاده از آن سعی در جذب و حفظ رضایت مشتریان دارند. پیشنهاد ارائه خدمات وارانتی از یک طرف تولیدکننده را در مقابل خرابی‌ها و ایجاد نارضایتی احتمالی مشتریان حمایت می‌نماید و از طرف دیگر به مشتری اطمینان خاطر برای وجود حمایت در زمان بوجود آمدن خرابی‌های احتمالی را می‌دهد. منحنی نرخ شکست بسیاری از سیستمها، فرمی شبیه به وان حمام دارد که می‌توان آن را به سه قسمت مجزا تقسیم نمود، که در بازه کوچکی منحنی با شیب بسیار زیاد نزولی است، سپس در طول یک دوره نسبتاً زیاد، شیب منحنی تقریباً یکنواخت بوده و در انتها مجدداً با شیب نسبتاً زیادی حالت افزایشی می‌یابد. در مرحله اول که منحنی با شیب بسیار زیادی کاهشی است، به آن دوره مرگ اولیه می‌گویند. محصولات معیوب با استفاده از تکنیک آزمایش اولیه عملکرد قبل از رسیدن به بازار در این مرحله حذف می‌شوند. در این تحقیق کل هزینه‌های تحمیل شده به تولیدکننده با در نظر گرفتن انواع مختلف تعمیر طی دوره‌های آزمایش اولیه عملکرد و وارانتی، بدست آورده می‌شود. هدف این تحقیق تعیین طول بهینه دوره های آزمایش عملکرد اولیه و وارانتی و نیز نرخ جوان سازی سیستم به گونه‌ای است که متوسط هزینه‌های تحمیل شده به تولید کننده طی دوره آزمایش اولیه و وارانتی با در نظر گرفتن تاثیر نرخ تورم، حداقل گردد. به منظور نشان دادن کارایی و عملکرد مدل پیشنهادی، یک مدل بهینه سازی ارائه و حل می‌گردد.

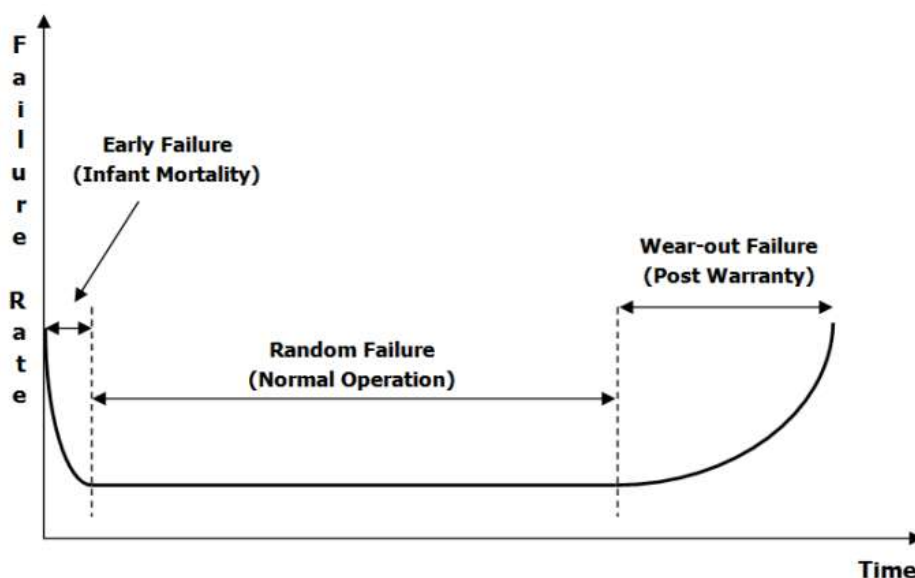
**واژه‌های کلیدی:** آنالیز هزینه‌های وارانتی، بهینه‌سازی، تأثیر تورم بر وارانتی، سیاست‌های وارانتی

## ۱. مقدمه

با توجه به تولید و عرضه محصولات نوین در بازار رقابتی امروز، مشتریان انتظار ارائه خدمات و پشتیبانی بهتری برای این محصولات را دارند. به همین منظور، تولیدکنندگان برای اطمینان از کیفیت محصولات خود، از تکنیک‌های مختلفی از جمله آزمایش اولیه عملکرد استفاده می‌کنند که طی این آزمایش محصولات با خرابی اولیه را طی یک عملیات میدانی حذف می‌کند تا بتواند احتمال خرابی اولیه در طول عمر مفید محصول فروخته شده را کاهش دهند [۱].

طول دوره آزمایش اولیه عملکرد و نوع تعمیری که طی این دوره برای محصول انجام می‌شود از جمله نکات مهم در مدیریت هزینه آن هستند. چا [۱] در یک مطالعه ویژگی‌های سیاست آزمایش اولیه عملکرد و جایگزینی بلوک بهینه را برای یک قطعه قابل تعمیر با فرض اینکه قطعه مورد نظر فقط به صورت جزئی خراب می‌شود، معرفی کرد. او در مطالعه‌ای دیگر با در نظر گرفتن یک احتمال وابسته به زمان برای شکست نوع II (خرابی اساسی) و برخی شرایط در تابع نرخ شکست، تحقیق قبلی خود را توسعه داد. همچنین طول بهینه دوره آزمایش اولیه عملکرد و سیاست جایگزینی بهینه را نیز تعیین نمود [۲].

منحنی نرخ شکست بسیاری از سیستم‌های رو به زوال براساس تابع چگالی نرخ شکست، یک منحنی به شکل وان حمام شکل است که می‌توان آن را به سه منطقه مجزا تقسیم‌بندی کرد [۳]. منطقه بروز خرابی‌های اولیه (منطقه I) که دلیل اصلی خرابی‌ها در این منطقه نقص در مواد، طراحی و یا کیفیت نامطلوب مونتاژ یا ساخت است. در این منطقه، نرخ شکست به سرعت کاهش می‌یابد. منطقه خرابی‌های تصادفی (منطقه II) که گاهی اوقات منطقه عملیات عادی نیز نامیده می‌شود. نرخ شکست در این منطقه تقریباً ثابت بوده و معمولاً خرابی‌ها به دلیل عملکرد و یا نوسانات در شرایط محیط عملیاتی اتفاق می‌افتد [۴]. منطقه شکست بر اثر فرسودگی (منطقه III) که به دوره پساوارانتی نیز معروف است. در این ناحیه، نرخ خرابی به طور پیوسته در حال افزایش بوده و دلیل اصلی خرابی‌ها در این منطقه تاثیر کهنگی بر روی قطعات می‌باشد. شکل ۱ نشان دهنده نمودار نرخ خرابی وان حمام شکل با سه ناحیه مجزا است.



شکل ۱. نمودار نرخ خرابی وان حمام شکل با سه ناحیه مجزا

مطالعه حاضر یک مؤلفه قابل تعمیر که دارای منحنی نرخ شکست وان حمام شکل است را که دو نوع تعمیر جزئی و اساسی با توجه به نوع خرابی که بوجود می‌آید، در نظر می‌گیرد. در صورتی که در طول دوره آزمایش اولیه عملکرد محصول با احتمال  $P_1$  دچار خرابی جزئی شود تولیدکننده با انجام تعمیرات جزئی، آزمایش اولیه عملکرد را ادامه می‌دهد. اما اگر یک خرابی اساسی با احتمال  $1 - P_1$  رخ دهد، تولیدکننده قطعه معیوب را با یک قطعه جدید جایگزین کرده و آزمایش اولیه عملکرد را مجدداً راهاندازی می‌کند. زمانی که قطعه از آزمایش اولیه عملکرد با طول دوره  $b$  عبور می‌کند، تولیدکننده آنرا با وارنتی غیرقابل تجدیدی به طول  $W$  به بازار عرضه می‌کند.

در تعریف تابع هزینه علاوه بر ویژگی‌های آزمایش اولیه عملکرد، نوع وارنتی و طول دوره آن نیز مؤثر است. انواع مختلفی از سیاست‌های وارنتی در ادبیات موضوع مطرح شده است. بررسی و طبقه‌بندی مدل‌های توسعه یافته انواع مختلف سیاست‌های وارنتی از دیدگاه خریداران، تولیدکنندگان و تعریف‌کنندگان سیاست‌های کلی، تحقیقی بود که توسط مورتی و بلیشکه<sup>[۵]</sup> انجام شده است. یک مدل بهینه‌سازی برای به حداقل رساندن هزینه چرخه عمر یک سیستم سری/ موازی با دوره‌های آزمایش اولیه عملکرد، وارنتی و پسا وارنتی براساس قابلیت اطمینان سیستم در واحد زمان توسط مونگا و زو<sup>[۶]</sup> ارائه شد که از الگوریتم‌های ژنتیک برای حل مسأله برنامه‌ریزی عددصحیح مختلط غیرخطی استفاده کردند. می<sup>[۷]</sup> در مطالعه خود میانگین هزینه وارنتی را براساس هزینه‌های تصادفی وارنتی، آزمایش اولیه عملکرد و دوره وارنتی تجدیدپذیر بدست آورد. علاوه او مقایساتی را بین وارنتی‌های بدون تعویض و وارنتی ترکیبی تجدیدپذیر و خالص انجام داد. ایجاد رویکردی استراتژیک برای مدیریت تصمیم‌گیری‌های وارنتی در یک چهارچوب چرخه عمر از دیدگاه تجاری، کاری بود که مورتی و بلیشکه<sup>[۸]</sup> در مقاله خود به انجام رسانده‌اند. رنگان و خواجویی<sup>[۹]</sup> مدلی ارائه کردند که در آن سیاست‌های آزمایش اولیه عملکرد، وارنتی و پسا وارنتی با هم برای طراحی و مدیریت استراتژی‌ها در نظر گرفته می‌شوند و سیستم به طور پیشگیرانه در هنگام خرابی با حداقل تعمیر و یا تعمیر کلی نگهداری می‌شود. کاون و همکاران<sup>[۱۰]</sup> در تحقیق خود سیاست آزمایش اولیه عمارد و تعمیر را با هم مد نظر قرار دادند. آنها در تحقیق خود فرض کرده‌اند که هزینه تعمیر جزئی یک مؤلفه که در عمر  $t$  دچار خرابی شده است، یک تابع پیوسته غیر نزولی از  $t$  است. به عنوان خروجی تحقیق، آنها طول بهینه دوره آزمایش اولیه عملکرد و سیاست بهینه تعمیرات را تعیین نمودند. ارائه مدلی بهینه برای به حداقل رساندن میانگین کل هزینه با توجه به سه دوره مختلف آزمایش اولیه عملکرد، وارنتی و پسا وارنتی براساس تابع هزینه‌های مختلف سه دوره، طول هر دوره و محدودیت‌های ارائه شده برای مدل بهینه‌سازی و همچنین ارائه گزینه‌های مختلف به مصرف کننده جهت تعمیر سیستم معیوب در دوران پسا وارنتی، پژوهشی بود که توسط حاجی و رنگان<sup>[۴]</sup> به انجام رسید. شفیع و همکاران<sup>[۱۱]</sup> سیاست بهینه آزمایش اولیه عملکرد، درجه نگهداری پیشگیرانه و تابع هزینه مورد انتظار که وابسته به زمان است را برای محصولات

---

<sup>۱</sup>Murthy and Blischke

<sup>۲</sup>Monga and Zuo

<sup>۳</sup>Mi

<sup>۴</sup>Murthy and Blischke

<sup>۵</sup>Rangan and Khajoui

<sup>۶</sup>Kwon, Wilson and Na

<sup>۷</sup>MoghimiHadji and Rangan

<sup>۸</sup>Shafiee, Finkelstein and Zuo

دارای وارانته تعیین نمودند. همچنین، پارک و همکاران<sup>۱۲</sup> یک سیاست وارانته تعویض- تعمیر حداقلی قابل تجدید را مورد توجه قرار دادند و یک مدل بهینه نگهداری برای بعد از دوره اتمام وارانته پیشنهاد نمودند (سیاست نگهداری پسا وارانته).

در تحقیق فعلی، در طول دوره وارانته یک عنصر می تواند با احتمال  $P_2$  دچار خرابی جزئی و یا با احتمالی برابر با ۱  $P_2$  - دچار خرابی اساسی شود که در آن صورت تولیدکننده بر اساس نوع خرابی، تعمیر جزئی یا کلی را بر روی محصول انجام می دهد. زمان تعمیر یا تعویض در مقابل طول عمر عنصر، ناچیز فرض شده است. همچنین در این مدل فقط  $P$  درصد از خرابیهای بوجود آمده (ادعاهای وارانته) مشمول دریافت خدمات وارانته از سوی تولید کننده می شوند. علی رغم این که وارانته ها، پشتیبانی تولیدکننده از محصول خود را تضمین می کنند که در صورت خرابی، برخی خدمات را به مشتریان ارائه دهند اما نمی توان از نارضایتی مشتریان بابت خرابی محصول در طول عمر آن چشم پوشی نمود. در همین راستا شفيعی و همکاران در پژوهشی با معرفی هزینه جریمه، در دوره پسا وارانته، نارضایتی مشتریان را مدنظر قرار دادند. آن ها یک مدل بهینه سازی را با تعیین طول دوره بهینه آزمایش اولیه عملکرد و وارانته برای به حداقل رساندن میانگین کل هزینه خدمات ایجاد کردند [۱۳]. پودولیاکینا<sup>۱۴</sup> هزینه مورد انتظار تولیدکننده را بر اساس روش ارائه خدمات وارانته برای محصول معیوب با در نظر گرفتن تعمیر یا جایگزینی مؤلفه معیوب برآورد نمود. در تحقیقی دیگر، مدلی جدید برای محاسبه هزینه های مورد انتظار تولید کننده و خریدار براساس دو رویکرد و با توجه به تحت پوشش و یا عدم تحت پوشش بودن قطعات از وارانته تسهیم هزینه، هدف نویسندگان آن مقاله بود به طوری که فرآیند نقطه ای و تابع نرخ شکست با نرخ ثابت در رویکرد اول و فرآیند غیر یکنواخت پواسون در حالت دوم استفاده می شود که نتیجه مدل، تاثیر مستقیم هزینه های مورد نظر برای اصلاح روی کل هزینه های تولید کننده و خریدار را نشان می دهد [۱۵]. جیاو و ژو<sup>۱۶</sup> در مطالعه خود به ارائه یک سیاست نگهداری پیشگیرانه دوره ای با تعمیر جزئی و تعویض با هدف حداکثر شدن سود کل با تعیین قیمت فروش بهینه به طوری که برای محصول جایگزین از وارانته تجدیدپذیر استفاده شده است، پرداخته اند. در مطالعه ای دیگر، جونیوان و همکاران<sup>۱۷</sup> یک سیستم قابل تعمیر را در نظر گرفتند و با توصیف فاصله زمانی تعمیر پیشگیرانه و اصلاح خرابی با یک فرآیند هندسی گسترده، سیاست جایگزینی بهینه را به دست آوردند. پارک و همکاران<sup>۱۸</sup> در پژوهشی جدید، با ارائه سیاست وارانته بهینه برای محصولات دست دوم بر اساس استراتژی تعمیر و نگهداری دو مرحله ای یا بازپرداخت کامل و به کارگیری هزینه مورد انتظار در طول چرخه نگهداری، مدت زمان بهینه دوره وارانته را از دیدگاه تولیدکننده تعیین کردند. بررسی کل هزینه های ایجاد شده در طی دوره های آزمایش اولیه عملکرد محصول و دوره وارانته از دیدگاه تولیدکننده با در نظر گرفتن انواع گوناگون تعمیر با توجه به نوع خرابی ایجاد شده در طی دوره های مختلف و استخراج تابع متوسط هزینه کل در هر دوره، تحقیقی بود که توسط مقیمی حاجی [۱۹] انجام پذیرفت. در یکی از جدیدترین تحقیقات انجام شده توسط مقیمی حاجی و اسلامی پارسا [۲۰]، یک سیاست وارانته غیرقابل تجدید سه مرحله ای برای یک سیستم قابل تعمیر در نظر گرفته می شود و پارامترهای سیاست وارانته (طول هر یک از مراحل) با هدف حداقل نمودن متوسط هزینه طی کل دوره وارانته از دیدگاه تولید کننده مورد محاسبه قرار می گیرد. از جمله نکات قابل توجه در این تحقیق، در نظر گرفتن انواع مختلف تعمیر (تعمیر جزئی، تعمیر اساسی و تعویض) در طی دوره های مختلف وارانته می باشد.

<sup>۱</sup>Park, Jung and Park

<sup>۲</sup>Podolyakina

<sup>۳</sup>Jiao and Zhu

<sup>۴</sup>Junyuan, Jimin and Pengfei

<sup>۵</sup>Park, Jung and Park

در اغلب تحقیقات فعلی که در خصوص برآورد هزینه‌های دوره وارانتی صحبت شده است، اگرچه در خصوص پارامترهای مختلف هزینه، سیاست‌های گوناگون وارانتی و توابع تسهیم هزینه طی دوره وارانتی بررسی‌های کاملی صورت پذیرفته است اما تأثیر نرخ تورم در این برآوردها نادیده گرفته شده است و یا در برخی از مطالعات جدیدی صورت گرفته، اغلب ارزش زمانی پول را برای خرابی‌های یک مرحله بیان می‌کنند. داتا و پل<sup>۵</sup> [۲۱] به بررسی و توسعه اثر تورم و ارزش زمانی پول بر روی مدلی از موجودی کالا با نرخ تقاضای خطی وابسته به زمان پرداخته‌اند به طوری که کمبود در این مدل مجاز است. مون و لی<sup>۶</sup> [۲۲] در پژوهش خود برای مدل EOQ با چرخه عمر تصادفی برای محصولات، نرخ تورم و تأثیر زمانی پول با توزیع‌های نمایی و نرمال برای این مدل مورد بررسی قرار داده‌اند. توسعه مدل موجودی با در نظر گرفتن اثر تورم و ارزش زمانی پول با نرخ‌های متفاوت تولید، تقاضا و زوال بر اساس زمان و مجاز بودن کمبود که یک شکل بسته‌ایی از کل هزینه‌های مربوط به سیستم موجودی اساسی با در نظر گرفتن اندازه کل تولید کلی شامل محصولات ناقص و خراب ایجاد می‌کند، توسط بلخی<sup>۷</sup> [۲۳] مورد بحث قرار گرفته است. ایجاد یک سیاست وارانتی از نوع تسهیم هزینه و غیر قابل تجدید یک بعدی جدید با در نظر گرفتن نرخ تورم به جهت محاسبه هزینه‌های اصلاح با توجه به ثابت نبودن نرخ خرابی و ارزش هر قطعه خراب شده به طوری که با گذر زمان نرخ خرابی و هزینه‌های مورد انتظار افزایش می‌یابد تحقیق نصرالهی و همکاران<sup>۸</sup> [۲۴] است طوری که با استفاده از برخی نتایج الگوریتم‌های ابتکاری قبلی، هزینه‌های تحمیلی محاسبه شده نشان می‌دهد که نتایج آن با توجه به مفروضات بیان شده، نتیجه واقعی‌تر نسبت به مدل ابتدایی می‌دهد. در مطالعه‌ای دیگر، نصرالهی و فتحی<sup>۹</sup> [۲۵] مدلی بروز برای محاسبه هزینه‌های تولیدکننده و خریدار تحت وارانتی از نوع تسهیم هزینه‌ای یک بعدی با در نظر گرفتن تأثیر نرخ تورم و با این فرض که هزینه‌های تولیدکننده تا یک سقف مجاز از پیش تعریف شده؛  $C_1$  (سقف از پیش تعیین شده‌ی هزینه هر ادعای وارانتی برای تولیدکننده) قابل برآورد شدن است، تعریف می‌کنند. به طوری که محصولاتی که دارای هزینه اصلاح تصادفی به سبب خراب شدن زیاد در طول دوره وارانتی هستند، از این مدل بهره‌مند می‌شوند که نتیجه آن تأثیر مستقیم نرخ تورم بر این هزینه‌ها را نشان می‌دهد.

هدف این مطالعه بدست آوردن تابع هزینه دوره‌های آزمایش اولیه عملکرد و وارانتی با توجه به تأثیر نرخ تورم بر هزینه‌های این دوره‌ها براساس نوع خرابی صورت گرفته در هر دوره و به حداقل رساندن میانگین کل هزینه در این دوره‌ها از دیدگاه تولیدکننده است.

با توجه به اینکه هزینه‌های دوره وارانتی بر روی قیمت تمام شده محصول تأثیر گذار است و از سوی دیگر نرخ بالای تورم در بازار رقابتی امروزه که خود اثر مضاعفی بر روی افزایش هزینه‌ها خواهد داشت، که افزایش آن می‌تواند بر روی سهم کسب شده از بازار تأثیر گذار باشد. چرا که رقبا همیشه با پیشنهادات قیمت اقتصادی‌تر، سعی در تهییج مشتری به خرید از آنها دارند. لذا پیش بینی تأثیر این هزینه‌ها بر روی قیمت نهایی بازار برای هر تولیدکننده‌ای نقش حیاتی بازی می‌کند تا بتواند نسبت به انتخاب راهکار مناسب برای رسیدن به سهم بازار پیش بینی شده، اقدام نماید.

<sup>۵</sup>Datta and Pal<sup>۶</sup>Moon and Lee<sup>۷</sup>Balkhi<sup>۸</sup>Nasrollahi, Asgharizadeh, Jafarnezhad, et al<sup>۹</sup>Nasrollahi and Fathi

## ۲. نماد های مورد استفاده

C<sub>1</sub>: هزینه مواد اولیه و هزینه ساخت/ هزینه خرید

C<sub>2</sub>: هزینه نصب و راه اندازی

C<sub>3</sub>: هزینه عملیاتی در واحد زمان در طی دوره  $[0, b]$

C<sub>4</sub>: هزینه تعمیر جزئی در محل کارخانه

C<sub>5</sub>: هزینه تعمیر جزئی در محل مشتری  $(C_5 > C_2 + C_4)$

C<sub>6</sub>: هزینه اضافی بیش از C<sub>5</sub> برای تعمیر اساسی

W: طول دوره وارانتی

I: نرخ تورم

f(t): تابع چگالی زمان شکست

F(t): تابع توزیع زمان شکست

$\bar{F}(t)$ : تابع بقا

$h(t) = \frac{f(t)}{\bar{F}(t)}$ : تابع نرخ خرابی؛

N(t): تعداد خرابی ها در بازه  $(0, t)$

M(t): میانگین تعداد خرابی ها در بازه  $(0, t)$

$\delta$ : درجه تعمیر  $(0 \leq \delta \leq 1)$

## ۳. مدل

در این مقاله یک قطعه قابل تعمیر با تابع نرخ شکست وان حمام شکل که پس از تولید، توسط تولیدکننده مورد ارزیابی آزمایش اولیه عملکرد با طول دوره b قرار می گیرد تا اجزای معیوب قبل از رسیدن به بازار شناسایی و جایگزین بشوند، مورد مطالعه قرار می گیرد. در این فرآیند، مؤلفه تحت شرایطی مشابه عملیات میدانی آزمایش می شود که در صورت موفقیت می تواند وارد بازار شود. طی این بازه هزینه های احتمالی به تولیدکننده تحت شرایط تورمی مورد بررسی قرار می گیرد.

### ۱.۳. هزینه در طول دوره آزمایش اولیه عملکرد $[0, b]$

با توجه به این که هزینه های مرتبط در این دوره عبارت است از هزینه مواد اولیه و هزینه ساخت یا هزینه خرید (C<sub>1</sub>)، هزینه نصب و راه اندازی (C<sub>2</sub>)، هزینه عملیاتی هر قطعه در دوره آزمایش اولیه عملکرد  $[0, b]$  در واحد زمان (C<sub>3</sub>) و هزینه تعمیر جزئی در کارخانه (C<sub>4</sub>) بعلاوه هزینه جایگزینی یک جزء  $(C_1 + C_2)$  که می تواند هر مقدار دیگری نیز باشد. همچنین فرض کنید b طول این دوره، N(b) تعداد خرابی ها طی این دوره و P<sub>1</sub> احتمال وقوع یک خرابی جزئی در طول دوره باشد و تولیدکننده قطعه معیوب را که با احتمال  $1 - P_1$  دچار خرابی جدی (اساسی) می گردد، تعویض می نماید. از طرفی با توجه به این موضوع که طول دوره آزمایش اولیه عملکرد کوتاه بوده، نرخ تورم بر آن اثرگذار نیست. بنابراین کل هزینه در طول دوره  $[0, b]$  را می توان به کمک رابطه زیر محاسبه نمود:

$$(1) TC_b = P_1 [c_1 + (c_2 + c_3)N(b) + c_4b] + (1 - P_1) \left[ (c_1 + c_2)N(b) + c_2 \left( \sum_{i=1}^{N(b)-1} x_i + b \right) \right]$$

در این رابطه  $x_i$  طول عمر i امین مؤلفه ناموفق است که قبل از دوره b از کار می افتد و  $N(b) - 1$  تعداد خرابی ها قبل از تکمیل موفقیت آمیز فرآیند آزمایش اولیه عملکرد است تا اینکه اولین قطعه با موفقیت آزمایش اولیه عملکرد را پشت بگذارد. می توان دریافت که N(b) از یک توزیع هندسی به شکل زیر پیروی می کند:

$$(2) P[N(b) = m] = F(b)^{m-1} \bar{F}(b)$$

می توان بر اساس خواص توزیع هندسی مقدار ارزش انتظاری  $N(b)$  را از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$(3) E[N(b)] = \frac{1}{\bar{F}(b)}$$

از طرفی براساس رابطه والد داریم :

$$(4) E \left( \sum_{i=1}^{N(b)-1} x_i \right) = E[N(b)] E[x_i] - E[x_{N(b)}] = \frac{\int_b^{\infty} \bar{F}(t) dt}{\bar{F}(b)} - b$$

در نتیجه، متوسط کل هزینه دوره آزمایش اولیه عملکرد را می توان به شکل زیر بیان نمود:

$$(5) E(TC_b) = P_1 [c_1 + (c_r + c_e) \int_b^{\infty} h(t) dt + c_r b] + (1 - P_1) \left[ (c_1 + c_r) \frac{1}{\bar{F}(b)} + c_r \frac{\int_b^{\infty} \bar{F}(t) dt}{\bar{F}(b)} \right]$$

در نهایت پس از اتمام دوره آزمایش اولیه عملکرد، قطعه پیروز از این آزمایش با یک پیشنهاد وارانته غیرقابل تجدید با طول دوره  $W$  به بازار فروش وارد می شود که طی این دوره می تواند با احتمال  $P_2$  دچار خرابی جزئی و با احتمال  $1 - P_2$  دچار خرابی اساسی بشود که در آن صورت به ترتیب به تعمیر جزئی و یا تعمیر اساسی/ کلی احتیاج پیدا می کند.

### ۲.۳. هزینه در طول دوره وارانته $[b, b + w]$

هزینه هایی که طی این دوره به تولیدکننده تحمیل می شود عبارت است از هزینه تعمیر جزئی (حداقلی) در محل مشتری ( $c_5$ )، هزینه اضافی بیش از  $c_5$  برای تعمیر عمومی ( $c_6$ ) که متناسب با درجه تعمیر ( $\delta$ ) است. در صورتی که قطعه با طول عمر  $X$  در طول این دوره دچار یک تعمیر کلی بشود، سن قطعه بعد از این تعمیر  $\delta X$  می شود به طوریکه اگر  $\delta = 0$  باشد قطعه معیوب با قطعه ای نو جایگزین می شود (تعویض) و در صورتی که  $\delta = 1$  باشد، قطعه تحت تعمیر جزئی قرار گرفته شده است در نتیجه، تعمیر کلی می تواند هر مقداری بین ۰ و ۱ را اخذ نماید. از آنجایی که این مطالعه به دنبال ارائه مدلی منطقی با در نظر گرفتن اثر نرخ تورم بر هزینه های دوره وارانته (که توسط جولای و اسودی [۲۶] معرفی شد) با توجه به طول مدت دوره وارانته است، لذا هزینه کل این دوره را می توان به کمک رابطه زیر محاسبه نمود:

$$(6) TC_W = P_2 [c_5 N_b(W)] \cdot e^{WI} + (1 - P_2) \{ [c_5 + c_6 (1 - \delta)] N_g(W) \} \cdot e^{WI}$$

به طوریکه در این رابطه  $I$ ، نرخ تورم و  $N_b(W)$  تعداد خرابی های جزئی یک مولفه در طول دوره وارانته است که در آن :

$$(7) E[N_b(W)] = \int_b^{b+w} h(t) dt$$

و  $N_g(W)$  نیز تعداد خرابی های اساسی در طول بازه  $[b, b + w]$  است که مقدار مورد انتظار آن هنگامی که یک تعمیر کلی بر روی قطعه معیوب انجام می شود  $M_g(W)$  خواهد بود که به عنوان یک تابع تجدید از نوع  $g$  که برای اولین بار توسط کیجیما<sup>۱</sup> [۲۷] معرفی شده، شناخته می شود. این تابع عبارت خواهد بود با :

$$(8) M_g(t) = Q(t|\cdot) + \int_0^t Q(t-x|x) m(x) dx$$

که در آن :

$$(9) Q(x) = \int_0^x \frac{f(y+x)}{\bar{F}(x)} dy$$

از آنجایی که یافتن جواب صریح برای  $M_g(W)$  بجز در موارد خاصی امکان پذیر نمی باشد، بنابراین از یک روش تقریبی برای ارزیابی عددی این تابع که توسط توسط رنگان و مقیمی حاجی [۲۸] ارائه شده است، استفاده می کنیم. بنابراین، هزینه کل مورد انتظار در طول دوره وارانته عبارت خواهد بود با:

<sup>۱</sup>Wald's identity

<sup>۲</sup>Kijima

$$(10) E(TC_W) = [ P_r ( c_s \int_0^{b+W} h(t) dt ) + (1 - P_r) \{ [ c_s + c_r (1 - \delta) ] M_g(W) \} ] \cdot e^{-W}$$

هدف از این مطالعه تعیین مقدار بهینه متغیرهای تصمیم‌گیری طراحی سیستم،  $b^*$  (طول بهینه دوره آزمایش اولیه عملکرد) و  $W^*$  (طول بهینه دوره وارانتی) با به حداقل رساندن میانگین کل هزینه قطعه از ابتدا تا پایان دوره وارانتی با استفاده از مجموع دو رابطه هزینه دوره آزمایش عملکردی اولیه در رابطه (۵) و هزینه دوره وارانتی در رابطه (۱۰) است که میانگین کل هزینه در واحد زمان از رابطه زیر بدست می‌آید:

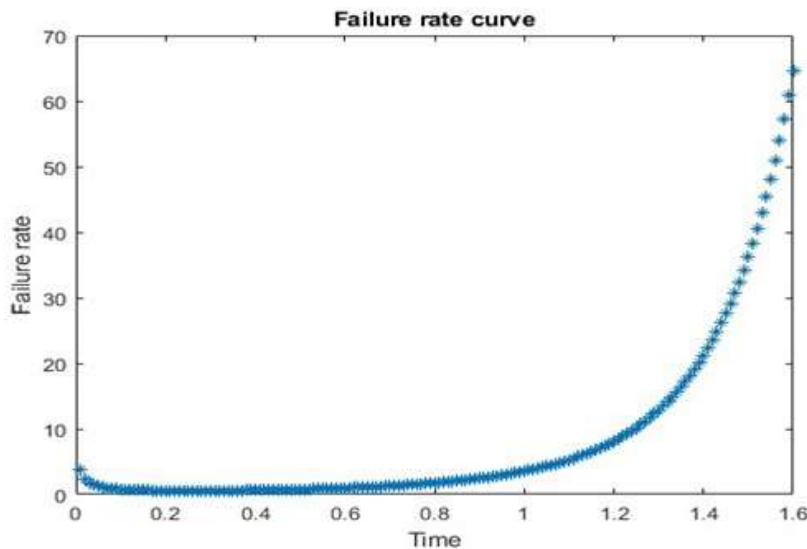
$$E(TC) = \frac{E(TC_b) + E(TC_W)}{W} \quad (11)$$

#### ۴. مثال عددی

به این منظور، تابع نرخ خرابی یک قطعه که توسط دیلن [۲۹] معرفی شده و دارای تابع نرخ خرابی پنج پارامتری وان حمام شکل است، مورد بررسی قرار می‌گیرد:

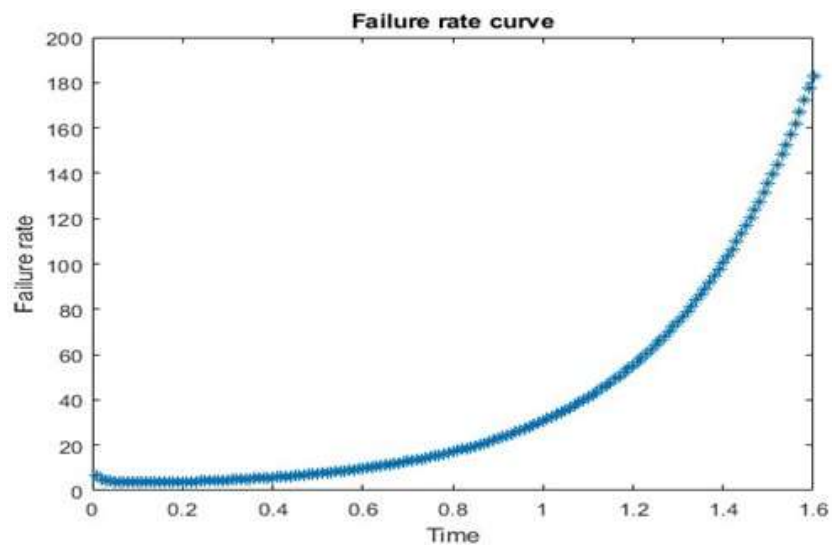
$$(12) h(t) = KCLt^C - 1 + (1 - K)bt^{b-1}Be^{Bt^b}$$

در این تابع،  $B$  و  $L$  پارامترهای مقیاس هستند و ثابت  $K$  عددی بین ۰ و ۱ است. پارامترهای شکل،  $C$  و  $b$  اند که مقادیر مختلف پارامترهای شکل می‌توانند اشکال مختلفی از منحنی نرخ شکست را تولید نمایند. شکل‌های ۲ تا ۵ فرم این منحنی را به ازای مقادیر مختلف پارامترهای پنج‌گانه آن نشان می‌دهند.

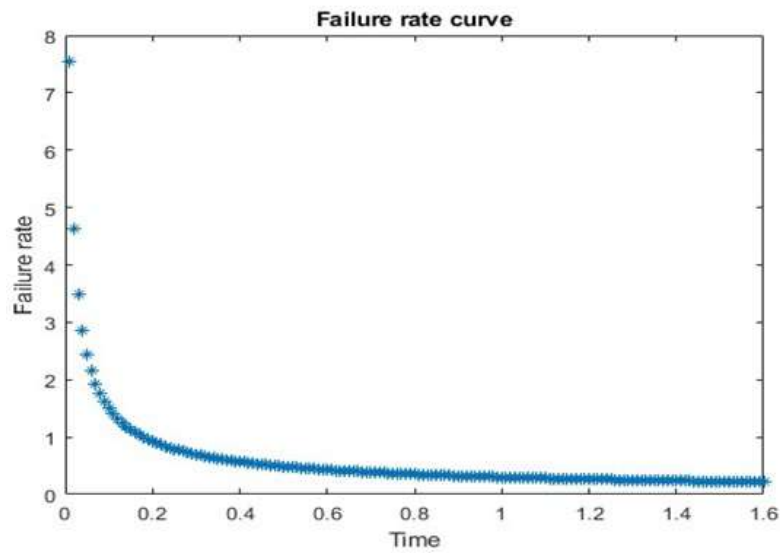


شکل ۲. منحنی شکست براساس پارامترهای  $K = 0.5, L = 1, B = 1, C = 0.3, b = 2.5$

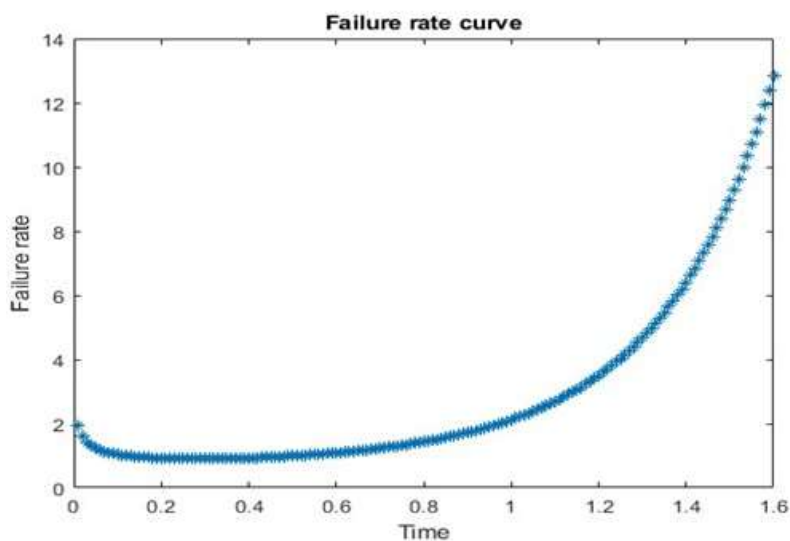




شکل ۳. منحنی شکست براساس پارامترهای  $K = 0.5, L = 2, B = 3, C = 0.5, b = 1$



شکل ۴. منحنی شکست براساس پارامترهای  $K = 1, L = 1, B = 2, C = 0.3, b = 4$



شکل ۵. منحنی شکست براساس پارامترهای  $K = 0.7, L = 1, B = 1, C = 0.7, b = 2$

در این مثال به دلخواه مقادیر پارامترها را مطابق با پارامترهای شکل شماره ۲ در نظر گرفتیم که یک دوره بسیار کوتاه برای آزمایش اولیه محصول و یک دوره نسبتاً طولانی برای دوره عمر مفید قطعه (منطقه II) را شامل می‌شود. که البته می‌توان مقادیر دیگری را نیز برای پارامترها در نظر گرفت.

علاوه بر پارامترهای تابع نرخ شکست، پارامترهای هزینه به ترتیب  $c_1 = 100, c_2 = 2, c_3 = 1, c_4 = 5, c_5 = 10$  و  $c_6 = 30$  فرض شده‌اند. می‌توان اثر تورم را نیز بر اساس طول دوره وارانتی بدست آورد. در این مثال طول دوره وارانتی برابر با میانگین تابع طول عمر که با توجه به پارامترهای معرفی شده، یک سال شده است، در نظر گرفته شده است. همچنین اثر تورم نیز براساس مقیاس سال، معادل  $46/5$  درصد (طبق تورم سالانه کشور مورد مطالعه) در نظر گرفته‌ایم. از طرفی می‌توانیم مقدار بهینه درجه تعمیر ( $\delta$ ) را نیز بیایم. برای این پارامتر مقادیر  $0/6, 0/7$  و  $0/8$  به عنوان گزینه‌های مختلف در نظر گرفته شده‌اند (البته هر مقدار دیگری را نیز می‌توان به عنوان گزینه پیشنهادی مورد ارزشیابی قرار داد). بنابراین، مقادیر هزینه تعمیر کلی برای  $\delta = 0/6, \delta = 0/7$  و  $\delta = 0/8$  که از رابطه  $c_5 + c_6(1 - \delta)$  محاسبه می‌گردد به ترتیب  $22, 19$  و  $16$  می‌شود. بعلاوه احتمال خرابی جزئی در دوره آزمایش اولیه عملکرد ( $P_1$ ) برابر با  $0/8$  و احتمال خرابی جزئی در طول دوره وارانتی ( $P_2$ ) را برابر  $0/5$  فرض کرده‌ایم. نتایج نهایی برای مقدار میانگین کل هزینه در جدول شماره ۱ و با استفاده از مقادیر مختلف برای دوره‌های آزمایش اولیه عملکرد و وارانتی بر اساس درجه تعمیرهای مختلف مشاهده می‌کنیم.

به منظور امکان مقایسه بین زمانیکه تورم وجود ندارد و زمانیکه نرخ تورم مقدار قابل توجهی دارد، در یک ستون مقادیر متوسط هزینه سالیانه زمانیکه تاثیر نرخ تورم وجود ندارد، نیز در جدول وارد شده است. مشاهده می‌گردد در زمانیکه تاثیر نرخ تورم نادیده گرفته می‌شود، طول دوره وارانتی کمی افزایش می‌یابد. با افزایش بیشتر ضریب نرخ تورم در مدل، طول دوره وارانتی تمایل به کاهش بیشتر خواهد داشت.

جدول ۱. مقدار متوسط هزینه کل با استفاده از مقادیر مختلف برای  $b$  و  $W$  با توجه به اثر تورم و بدون اثر تورم

Burn - In period	Warranty Period	$\delta$	ATC with Inflation	ATC without Inflation	Burn - In period	Warranty Period	$\delta$	ATC with Inflation	ATC without Inflation
0.02	0.2	0.6	538.36	537.03	0.04	0.2	0.6	541.77	540.61
		0.7	536.99	535.78			0.7	540.57	539.52
		0.8	535.61	534.52			0.8	539.36	538.42
	0.4	0.6	275.90	273.49		0.4	0.6	277.62	275.38

فصلنامه پژوهشنامه مدیریت و مهندسی صنایع

سال ششم، شماره ۲۱، زمستان ۱۴۰۳

		0.7	274.60	272.41			0.7	276.41	274.37
		0.8	273.29	271.33			0.8	275.18	273.35
	0.6	0.6	191.11	187.06			0.6	192.44	188.50
		0.7	189.60	185.92			0.7	190.97	187.39
		0.8	188.07	184.76			0.8	189.47	186.25
	0.8	0.6	152.57	145.82			0.6	153.92	147.17
		0.7	150.65	144.50			0.7	151.99	145.84
		0.8	148.67	143.13			0.8	150.01	144.48
	1	0.6	134.86	123.64			0.6	136.52	125.08
		0.7	132.32	122.04			0.7	133.93	123.45
		0.8	129.70	120.40			0.8	131.28	121.79
	1.2	0.6	130.88	112.22			0.6	133.18	113.91
		0.7	127.66	110.37			0.7	129.91	112.04
		0.8	124.39	108.50			0.8	126.61	110.16
	1.4	0.6	142.55	110.12			0.6	146.69	112.65
		0.7	138.90	108.22			0.7	143.05	110.75
		0.8	135.43	106.41			0.8	139.65	108.98
	1.6	0.6	192.99	126.05			0.6	203.90	131.58
		0.7	189.42	124.35			0.7	200.46	129.95
		0.8	187.74	123.55			0.8	199.64	129.56
0.06	0.2	0.6	544.49	543.44	0.08		0.6	546.91	545.92
		0.7	543.39	542.44			0.7	545.87	544.97
		0.8	542.29	541.43			0.8	544.83	544.02
	0.4	0.6	279.08	276.91			0.6	280.42	278.29
		0.7	277.90	275.93			0.7	279.26	277.32
		0.8	276.71	274.94			0.8	278.08	276.35
	0.6	0.6	193.65	189.73			0.6	194.83	190.87
		0.7	192.18	188.62			0.7	193.34	189.75
		0.8	190.68	187.48			0.8	191.83	188.60
	0.8	0.6	155.24	148.38			0.6	156.56	149.53
		0.7	153.27	147.02			0.7	154.54	148.14
		0.8	151.25	145.63			0.8	152.48	146.72
	1	0.6	138.18	126.41			0.6	139.88	127.71
		0.7	135.53	124.74			0.7	137.16	126.00
		0.8	132.82	123.04			0.8	134.39	124.26
	1.2	0.6	135.53	115.53			0.6	138.00	117.17
		0.7	132.21	113.63			0.7	134.62	115.24
		0.8	128.89	111.73			0.8	131.26	113.31
	1.4	0.6	151.17	115.24			0.6	156.06	118.01
		0.7	147.52	113.34			0.7	152.42	116.11
		0.8	144.22	111.62			0.8	149.23	114.44
	1.6	0.6	216.14	137.65			0.6	229.92	144.40
		0.7	212.86	136.09			0.7	226.85	142.94
		0.8	213.31	136.30			0.8	229.34	144.13

به طور کلی از جدول ۱ می توان نتیجه گرفت که میانگین هزینه کل با افزایش طول دوره آزمایش اولیه عملکرد برای دوره های وارانته مشابه، افزایشی است. از طرفی، هنگامی که یک دوره آزمایش اولیه عملکرد را ثابت در نظر بگیریم، مشاهده می شود هزینه کل با افزایش طول دوره وارانته تا یک نقطه روند کاهشی دارد و از نقطه ایی به بعد با افزایش طول دوره وارانته هزینه کل نیز افزایش می یابد. این همان نقطه ای است که شیب نمودار نرخ شکست به شدت افزایشی می شود. در این مثال، بر اساس نمودار نرخ شکست آن، دوره آزمایش اولیه عملکرد با اندازه گام  $0.02 \leq b$  و دوره وارانته نیز با گام  $W \geq 0.2$  (۲، ۰) در نظر گرفته شده است.

همچنین مقدار بهینه درجه تعمیر ( $\delta$ ) قابل محاسبه است که در این مثال مقدار بهینه درجه تعمیر  $\delta^*$  برابر  $0.8$  محاسبه شد. بدیهی است با اعمال اثر تورم بر هزینه های دوره وارانته، میزان هزینه کل نیز نسبت به قبل مقدار بیشتری را به خود اختصاص داده است. در نتیجه، مقدار بهینه دوره سوختن  $b^*$  برابر  $0.2$  و مقدار بهینه دوره وارانته  $W^*$  برابر با  $1.2$  است. از آنجایی که آزمایش اولیه عملکرد معمولاً یک روش پرهزینه می باشد (مگر برای موارد خاص)، لذا مدل سعی می کند طول این دوره را حداقل نگه دارد. بدیهی است مقادیر بهینه دوره آزمایش اولیه عملکرد و دوره وارانته با تغییر مقدار پارامترهای تابع نرخ خرابی و یا پارامترهای هزینه تغییر خواهند کرد.

## ۵. نتیجه گیری و پیشنهادها

طی دهه های اخیر ارائه خدمات و سرویس وارانته به یکی از روندهای تعیین کننده در زمینه فروش کالا و خدمات به مشتریان شده است. به طوری که تولیدکنندگان با استفاده از این ابزار سعی در جذب مشتری جدید و کسب رضایت مشتریان خود دارند. در این مقاله، تابع هزینه کل مورد انتظار بر اساس تاثیر نرخ تورم بر آن در طول دوره آزمایش اولیه عملکرد و دوره وارانته از دیدگاه سازنده بدست آمده است. برای در نظر گرفتن شرایط مختلف، مشابه شرایط واقعی (عملیات)، دو نوع خرابی جزئی و اساسی را در نظر گرفته شد که بر اساس نوع خرابی، انواع تعمیرات مانند تعمیر جزئی، تعویض و یا تعمیر اساسی بر روی قطعه معیوب انجام می پذیرد. با توجه به تابع هزینه بدست آمده، مقدار بهینه برای طول دوره آزمایش اولیه عملکرد، دوره وارانته و نرخ تعمیر اساسی محاسبه شده است.

به منظور گسترش این تحقیق، می توان هزینه های پسا وارانته که توسط مصرف کننده پرداخت می شود را مورد مطالعه قرار داد. همچنین، می توان مساله را به جای یک جزء به برخی از اجزای یک سیستمی که به صورت سری یا موازی ایجاد شده اند، نسبت داد. بعلاوه می توان با اضافه نمودن محدودیت های جدید مانند حداقل میزان اطمینان مورد نیاز، حداکثر مقدار بودجه موجود یا حداکثر وزن/حجم قابل قبول سیستم، مدل را جامع تر نمود.

## References

1. Cha, J. H. (2000). On a better burn-in procedure. *Journal of applied probability*, 37(4), pp 1099-1103.
2. Cha, J. H. (2003). A further extension of the generalized burn-in model. *Journal of applied probability*, 40(1), pp 264-270.
3. Brezavšček, A. (2013). A simple discrete approximation for the renewal function. *Business Systems Research: International journal of the Society for Advancing Innovation and Research in Economy*, 4(1), pp 65-75.
4. Hadji, E. M., & Rangan, A. (2012). Optimal burn-in, warranty, and maintenance decisions in system design. *International Journal of Modelling in Operations Management*, 2(3), pp 266-278.

۵. Murthy, D., & Blischke, W. (1992). Product warranty management—III: A review of mathematical models. *European Journal of Operational Research*, 63(1), pp ۱-۳۴.
۶. Monga, A., & Zuo, M. J. (1998). Optimal system design considering maintenance and warranty. *Computers & operations research*, 25(9), pp ۶۹۱-۷۰۵.
۷. Mi, J. (1999). Comparisons of renewable warranties. *Naval Research Logistics (NRL)*, 46(1), pp ۹۱-۱۰۶.
۸. Murthy, D., & Blischke, W. R. (2000). Strategic warranty management: A life-cycle approach. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 47(1), pp ۴۰-۵۴.
۹. Rangan, A., & Khajoui, S. (2007). *Optimal system design based on burn in, warranty and maintenance*. Paper presented at the 2007 1st Annual RFID Eurasia.
۱۰. Kwon, Y. M., Wilson, R., & Na, M. H. (2010). Optimal burn-in with random minimal repair cost. *Journal of the Korean statistical society*, 39, pp ۲۴۵-۲۴۹.
۱۱. Shafiee, M., Finkelstein, M., & Zuo, M. J. (2013). Optimal burn-in and preventive maintenance warranty strategies with time-dependent maintenance costs. *IIE transactions*, ۴۵(۹), pp ۱۰۲۴-۱۰۳۳.
۱۲. Park, M., Jung, K. M., & Park, D. H. (2013). Optimal post-warranty maintenance policy with repair time threshold for minimal repair. *Reliability Engineering & System Safety*, 111, pp ۱۴۷-۱۵۳.
۱۳. Shafiee, M., Chukova, S., & Yun, W. Y. (2014). Optimal burn-in and warranty for a product with post-warranty failure penalty. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 70, pp ۲۹۷-۳۰۷.
۱۴. Podolyakina, N. (2016). Product reliability and warranty period as a cost-forming factors. *Verslas: teorija ir praktika*, 17(4), pp ۳۶۱-۳۶۹.
۱۵. Nasrollahi, M., & Asgharizadeh, E. (2016). Estimating warranty costs for the manufacturer and buyer based on a new Pro-Rata Warranty policy. *Industrial Management Journal*, 8(1), pp 97-112. doi:10.22059/imj.2016.59601
۱۶. Jiao, C., & Zhu, X. (2018). Optimal design of sales and maintenance under the renewable warranty. *RAIRO-Operations Research*, 52(2), pp ۵۲۹-۵۴۲.
۱۷. Junyuan, W., Jimin, Y., & Pengfei, X. (2019). New repairable system model with two types repair based on extended geometric process. *Journal of systems engineering and electronics*, ۳۰(۳), pp ۶۱۳-۶۲۳.
۱۸. Park, M., Jung, K. M., & Park, D. H. (2020). Warranty cost analysis for second-hand products under a two-stage repair-or-full refund policy. *Reliability engineering & system safety*, 193, pp ۱۰۶۵۹۶.
۱۹. MoghimiHadji, E. (2020). Optimal length of warranty and burn-in periods considering different types of repair. *Journal of Industrial and Systems Engineering*, 13(Issue 2), pp ۱-۸.
۲۰. MoghimiHadji, E., & EslamiParsa, G. (2022). Optimizing warranty cost in a three-stage non-renewing warranty policy. *Journal of Industrial Engineering International*, 18(4), pp 19-27.
۲۱. Datta, T., & Pal, A. (1991). Effects of inflation and time-value of money on an inventory model with linear time-dependent demand rate and shortages. *European Journal of Operational Research*, 52(3), pp ۳۲۶-۳۳۳.
۲۲. Moon, I., & Lee, S. (2000). The effects of inflation and time-value of money on an economic order quantity model with a random product life cycle. *European Journal of Operational Research*, 125(3), pp ۵۸۸-۶۰۱.
۲۳. Balkhi, Z. T. (2004). An optimal solution of a general lot size inventory model with deteriorated and imperfect products, taking into account inflation and time value of money. *International Journal of Systems Science*, 35(2), pp ۸۷-۹۶.
۲۴. Nasrollahi, M., Asgharizadeh, E., Jafarnejhad, A., & Saniee Monfared, M. A. (2014). Development of a new Pro-rata warranty policy for estimating costs. *Industrial Management Journal*, 6(1), pp 137-150. doi:10.22059/imj.2014.52239

۲۵. Nasrollahi, M., & Fathi, M. R. (2019). Designing a Model for Estimating the Cost of Pro-Rata Warranty with limitation of Each Failure Rectification Cost under Inflationary Conditions. *Journal of Quality Engineering and Management*, 9(1), pp ۷۲-۷۹. (in persian)
۲۶. Juli, F, & Asvadi, T. (2004). Two-level inventory control model of perishable items considering the effects of inflation. *Journal of Technical Faculty*, 38 (1), pp 121-132. (in persian)
۲۷. Kijima, M. (1989). Some results for repairable systems with general repair. *Journal of Applied probability*, 26(1), pp ۸۹-۱۰۲.
۲۸. Rangan, A., & MoghimiHadj, E. (2011). Approximations to g-renewal functions. *International Journal of Quality & Reliability Management*, 28(7), pp ۷۷۳-۷۸۰.
۲۹. Dhillon, B. S. (1979). A hazard rate model. *IEEE transactions on Reliability*, 28(2), pp ۱۵۰-۱۵۰.